Sandsynlighed
Kombinatorisk sandsynlighed - Teori
af Henrik Esager

Kombinatorisk sandsynlighed

Sandsynlighed kan opdeles i to dele statistisk sandsynlighed og kombinatorisk sandsynlighed.

- Statistisk sandsynlighed er når man kun kender et udsnit/stikprøve af en ukendt mængde og ved at se på udsnittet/stikprøven kan man konkludere noget om den ukendte mængde.
  F.eks. hvis man har en skæv terning/figur med en ukendt sandsynlighedsfordeling kan man blive nød til at foretage en undersøgelse for at finde den statistiske sandsynlighed. Ved at udføre en stor mængde eksperimenter kan man ud fra observationerne forudsige en sandsynlighed. Når man har fundet denne kan man begynde at regne med den.
  Eksempler: Kastegris, Knappenåle, Tændstikæsker osv.

- Kombinatorisk sandsynlighed er når man kender antallet af mulige udfald og derved kan beregne sandsynligheden.
  F.eks. hvis man har en 6-sidet terning, kan man beregne den kombinatoriske sandsynlighed, hvis man som udgangspunkt antager at der er 1/6 sandsynlighed for at lande på hver af terningens sider.
  Eksempler: Mønter, Terninger osv.

I denne tekst præsenteres en fremgangsmåde ved kombinatorisk sandsynlighed.

Der findes som udgangspunkt 4 forskellige måder at udtage stikprøver på. Eksempel: Der skal udtages 3 bogstaver (r) ud af denne række på 5 bogstaver (n): A B C D E

Kombinatorik	Med tilbagelægning	Uden tilbagelægning
Ordnet stikprøve	n^r At prøven er ordnet betyder, at rækkefølgen har betydning. f.eks. er ABC ikke den samme prøve som BCA. Med tilbagelægning betyder, at når et bogstav er udtaget én gang, må det gerne være med i prøven igen. f.eks. AAB $n^r = 5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = \underline{\underline{125}}$	$P(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!}$ At prøven er ordnet betyder, at rækkefølgen har betydning. f.eks. er ABC ikke den samme prøve som BCA. Uden tilbagelægning betyder, at når et bogstav er udtaget én gang, må det ikke være med i prøven igen. f.eks. AAB $P(n,r) = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{120}{2} = \underline{\underline{60}}$
Uordnet stikprøve	$A(n,r) = \frac{(n+r-1)!}{r! \cdot (n-1)!}$ At prøven er uordnet betyder, at rækkefølgen ikke har betydning. f.eks. er ABC den samme prøve som BCA. Med tilbagelægning betyder, at når et bogstav er udtaget én gang, må det gerne være med i prøven igen. f.eks. AAB $A(n,r) = \frac{(5+3-1)!}{3! \cdot (5-1)!} = \frac{7!}{3! \cdot 4!} =$ $\frac{5040}{6 \cdot 24} = \frac{5040}{144} = \underline{\underline{35}}$	$K(n,r) = \frac{n!}{r!(n-r)!}$ At prøven er uordnet betyder, at rækkefølgen ikke har betydning. f.eks. er ABC den samme prøve som BCA. Uden tilbagelægning betyder, at når et bogstav er udtaget én gang, må det ikke være med i prøven igen. f.eks. AAB $K(n,r) = \frac{5!}{3!(5-3)!} = \frac{5!}{3! \cdot 2!} = \frac{120}{6 \cdot 2} = \underline{\underline{10}}$ Sammenlignes P(n,r) og K(n,r), er forskellen at man går fra en ordnet til en uordnet stikprøve. Derved er: ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA = samme stikprøve. Da stikprøven på 3 bogstaver (r), kan ordnes på r! = 3! = 3 · 2 · 1 = 6 forskellige måder, vil vi nu fjerne disse således: 60 / 6 = 10

! udråbstegnet kaldes "Fakultet" og bruges således: 7! = 7·6·5·4·3·2·1 = $\underline{\underline{5040}}$

Eksempel:
Når der kastes med to terninger, hvad er så sandsynligheden for at man slår en kombination med 7 øjne?

Først finder man det samlede antal mulige udfald (kombinationerne) ved at anvende en ordnet stikprøve med tilbagelægning (n^r):
6 mulige udfald på den første terning
6 mulige udfald på den anden terning
I alt: $6^2 = 6 \cdot 6 =$ 36 mulige udfald

Ved at finde alle de kombinationer blandt de mulige udfald som er 7 kan man finde sandsynligheden for at få netop kombinationen 7 ved at dividere:
Antal gunstige kombinationer / Mulige kombinationer = sandsynlighed
6/36 = 1/6 = 16,66 %

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Sammensatte sandsynligheder
Har man kombinationer som skal passe sammen f.eks. yatzy eller en kombinationslås, skal man regne med sammensatte sandsynligheder. Til dette findes to vigtige principper.

ENTEN-ELLER
Hvad er sandsynligheden for at man **ENTEN** slår 6 **ELLER** 7
Sandsynlighederne for første og andet kast **ADDERES**
5/36 + 6/36 = 11/36 = 30,55 %

BÅDE-OG
Hvad er sandsynligheden for at man **BÅDE** slår 7 i første kast **OG** slår 7 igen i andet kast.
Sandsynlighederne for første og andet kast **MULTIPLICERES**
6/36 · 6/36 = 36/1296 = 1/36 = 2,77 %